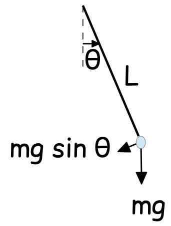
OPCIÓN A

3. ¿Cuál sería el periodo de un péndulo simple en la superficie de un asteroide donde la aceleración de la gravedad valiera 0,87 m/s2 si en la Tierra es 0,72 s?



Para un péndulo de longitud L, del que cuelga una masa m, oscilando podemos escribir que $-mg\sin\theta = ma$. El signo negativo se debe a que a medida que aumenta el ángulo θ la aceleración a disminuye y viceversa. La aceleración a es aceleración tangencial y por tanto podemos escribirla como $a = L\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$. Para pequeñas oscilaciones $\theta \to 0 \implies \sin\theta \to \theta$ y la ecuación que resulta es análoga a la de un oscilador armónico.

oscilador armónico	$m\dfrac{d^2x}{dt^2} = -kx$	$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$
péndulo	$mL\dfrac{d^2\theta}{dt^2} = -mg\theta$	$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$

Por tanto $T_{Tierra} = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g_T}}$ y $T_{asteroide} = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g_{ast}}}$. Efectuando el cociente de ambas ecuaciones resulta

$$\frac{T_{asteroide}}{T_{Tierra}} = \sqrt{\frac{g_{Tierra}}{g_{ast}}} \Rightarrow \frac{T_{asteroide}}{0.72} = \sqrt{\frac{9.8}{0.87}} \Rightarrow T_{asteroide} = 2.42\ s$$

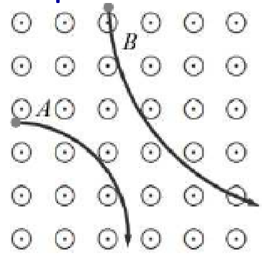
Clases de matemáticas, física y química
Tel.: 665.516.510

6. Las partículas A y B de masas 20 µg y 40 µg, respectivamente, con cargas eléctricas iguales en módulo a 24 nC, siguen las trayectorias de la figura cuando entran dentro del campo magnético uniforme de 1,2 T representado.

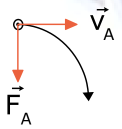
a) Escribe la ley de Lorentz y usala para dar los signos de las cargas eléctricas de las dos partículas.

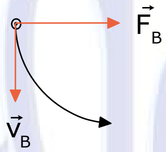
b) ¿Qué vale el cociente entre las velocidades v_B/v_A si los radios de las trayectorias son R_A=6,4 cm y R_B=11cm?

c) ¿Cuánto tiempo tarda la partícula A en recorrer el cuarto de circunferencia de la figura?



a) Ley de Lorentz $\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$. Para determinar el signo de la carga hay que aplicar la regla de la mano derecha. Para la partícula A, el sentido de la velocidad es hacia la derecha, la inducción magnética sale del papel y la fuerza tiene sentido descendente por tanto la carga tiene que ser positiva. Para la partícula B, el sentido de la velocidad es hacia abajo, la inducción magnética sale del papel y la fuerza tiene sentido hacia la derecha por tanto la carga tiene que ser negativa.





b) La velocidad y la inducción magnética son perpendiculares en ambos casos. Por tanto

$$|\vec{F}|=|q\vec{v}\times\vec{B}| \overset{\vec{v}\perp\vec{B}}{\Rightarrow} |\vec{F}|=|q|\cdot|\vec{v}|\cdot|\vec{B}| .$$

La fuerza es normal a la trayectoria y por tanto su módulo es $|\vec{F}|=\frac{m|\vec{v}|^2}{R}$ siendo m la masa de la partícula, $\vec{v}$ su velocidad y R el radio de la trayectoria circular.

$$\frac{m|\vec{v}|^2}{R}=|q|\cdot|\vec{v}|\cdot|\vec{B}| \Rightarrow R=\frac{m|\vec{v}|}{|q|\cdot|\vec{B}|} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} R_A=\dfrac{m_A|\vec{v}_A|}{|q|\cdot|\vec{B}|} \\ R_B=\dfrac{m_B|\vec{v}_B|}{|q|\cdot|\vec{B}|}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B}=\frac{m_A|\vec{v}_A|}{m_B|\vec{v}_B|} \Rightarrow$$

$$\frac{6.4\cdot10^{-2}}{11\cdot10^{-2}}=\frac{20\cdot10^{-9}\cdot|\vec{v}_A|}{40\cdot10^{-9}\cdot|\vec{v}_B|} \Rightarrow \frac{|\vec{v}_B|}{|\vec{v}_A|}=\frac{11}{12.8}=0.859$$

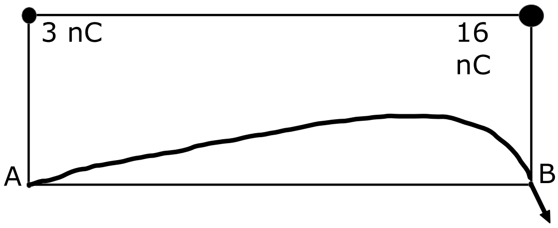
c) El tiempo que tarda en completar el cuarto de circunferencia será un cuarto del período. El período lo podemos relacionar con la velocidad $v=\omega\cdot R=\frac{2\pi}{T}\cdot R$. Sustituyendo en la ecuación para el radio de la circunferencia

$$R_A=\frac{m_A|\vec{v}_A|}{|q|\cdot|\vec{B}|} \Rightarrow R_A=\frac{m_A\cdot2\cdot\pi\cdot R_A}{T_A\cdot|q|\cdot|\vec{B}|} \Rightarrow T_A=\frac{2\cdot\pi\cdot m_A}{|q|\cdot|\vec{B}|}=\frac{2\cdot\pi\cdot20\cdot10^{-9}}{24\cdot10^{-9}\cdot1.2}=4.36\text{ s}$$

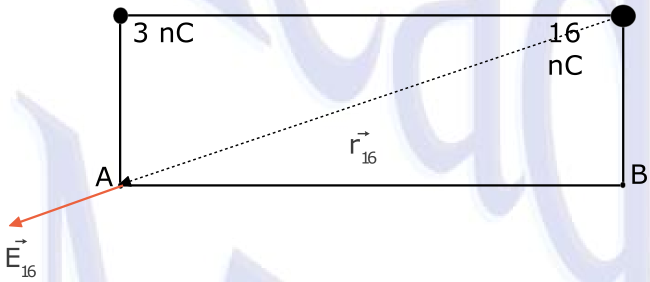
Por tanto el tiempo que tarda en completar el cuarto de circunferencia es 1.09 s.

OPCIÓN B

5. Las cargas de la figura están separadas 3 metros y el punto A está a 1 m de la de 3 nC. a) Copia el rectángulo y dibuja la dirección y el sentido del campo eléctrico en el punto A creado por la carga de 16 nC. ¿Qué vale el módulo de este campo? b) Hay un punto entre las dos cargas donde el campo eléctrico es nulo. ¿De qué carga está más cerca este punto? Justifica la respuesta o calcula dónde está. c) Una partícula de 30 g y 2,9 C en movimiento pasa por los puntos A y B como muestra la línea curva. ¿Con qué velocidad pasa por el punto B si pasa por A a 196 m/s?

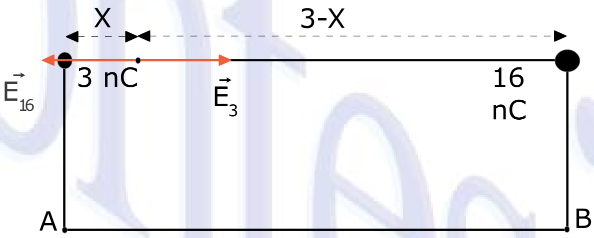


a)



$$|\vec{E}_{16}| = k\frac{q}{|\vec{r}_{16}|^2} = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{16\cdot 10^{-9}}{10} = 14{,}4 \;\; N/C$$

b) Hay un punto, en la línea que une ambas cargas, en el que el campo total se anula. Al ser cargas de mismo signo el campo tiene la misma dirección pero sentido opuesto en cualquier punto de la línea que une ambas cargas. El punto en el que se anula debe encontrarse más próximo a la carga de 3 nC que a la de 16 nC la ser su carga menor.



$$|\vec{E}_{16}| = |\vec{E}_3| \;\Rightarrow\; k\cdot\frac{q_{16}}{|\vec{r}_{16}|^2} = k\cdot\frac{q_3}{|\vec{r}_3|^2} \;\Rightarrow\; \frac{16\cdot 10^{-9}}{(3-x)^2} = \frac{3\cdot 10^{-9}}{x^2} \;\Rightarrow\; 16x^2 = 3(3-x)^2$$

$$16x^2 = 27 - 18x + 3x^2 \;\Rightarrow\; 13x^2 + 18x - 27 = 0 \;\Rightarrow\; \begin{cases} x_1 = -2.29 \\ x_2 = 0.91 \end{cases}$$

De las dos soluciones sólo tiene sentido la segunda, es decir a 0.91 cm de la carga de 3 nC.

c) El campo eléctrico es un campo conservativo, por tanto la energía debe conservarse.

$$E_A = E_B \Rightarrow E_{k,A} + E_{p,A} = E_{k,B} + E_{p,B} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + q \cdot V_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + q \cdot V_B \Rightarrow$$

$$v_B = \sqrt{\frac{mv_A^2 + 2q(V_A - V_B)}{m}}$$

Aplicando el principio de superposición calculo el potencia en A (V_A) y en B (V_B) sumando los potenciales creados por cada una de las cargas en dichos puntos.

$$V_A = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{3 \cdot 10^9}{1} + \frac{16 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{10}} \right) = 72.54\,V \quad V_B = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{3 \cdot 10^9}{\sqrt{10}} + \frac{16 \cdot 10^{-9}}{1} \right) = 152.54\,V$$

Y por tanto

$$v_B = \sqrt{\frac{mv_A^2 + 2q(V_A - V_B)}{m}} = \sqrt{\frac{30 \cdot 10^{-3} \cdot 196^2 + 2 \cdot 2.9 \cdot (72.54 - 152.54)}{30 \cdot 10^{-3}}} = 151.5\,m/s$$