Clases de matemáticas, física y química
Tel.:665.516.510

1º

a) Ganímedes tiene una masa de $1{,}48\times10^{23}$ kg y orbita Júpiter con un período de 7,15 días. La órbita es aproximadamente una circunferencia de 10^6 km de radio. Calcula la energía cinética de Ganímedes para el movimiento orbital suponiendo que la órbita es circular. (0,7 puntos)

b) Escribe la relación entre la energía cinética y la energía potencial de un satélite en una órbita circular. (0,3 puntos)

c) Justifica la relación anterior. (0,7 puntos)

d) Determina la energía mecánica total de un satélite que tiene una energía cinética de 3×10^{20} J. (0,3 puntos)

a)

Al describir un movimiento circular uniforme $v=\frac{2\pi r_o}{T} \Rightarrow E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\cdot 1.48\cdot10^{23}\left(\frac{2\pi10^9}{7.15\cdot24\cdot3600}\right)^2=7.66\cdot10^{30}\,J$.

Solución: $\boxed{7.66\cdot10^{30}\ J}$

b) c)

Dado que la única fuerza que actúa es una fuerza perpendicular a la velocidad, el movimiento que describe el cuerpo bajo la acción de la fuerza gravitatoria es un movimiento circular uniforme. La fuerza gravitatoria es igual a la fuerza centrípeta

$$F_c=F_G \Rightarrow m\frac{v^2}{r}=G\frac{mM}{r^2} \Rightarrow mv^2=G\frac{mM}{r} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}G\frac{mM}{r} \Rightarrow E_k=-\frac{1}{2}E_p$$

Solución: $\boxed{E_k=-\frac{1}{2}E_p}$

d)

$$E_{mec}=E_k+E_p \Rightarrow E_{mec}=E_k+E_p=E_k-2E_k=-E_k=-3\cdot10^{20}\,J$$

Solución: $\boxed{E_{mec}=-3\cdot10^{20}\,J}$

2º Una sonda espacial sin propulsión se aleja radialmente de un planeta de $5{,}18\times10^{26}$ kg. Cuando se encuentra a 23400 km del centro del planeta, la sonda se mueve a 25,5 km/s. Calcula la distancia máxima al planeta que alcanzará la sonda. (2 puntos)

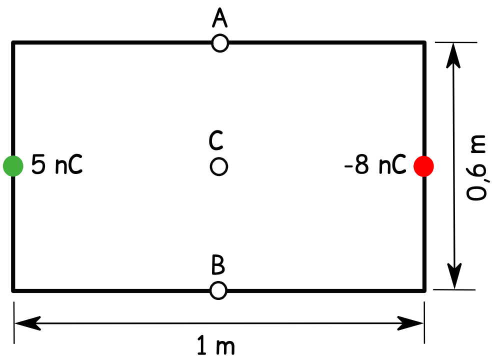
Como estamos en un campo conservativo la energía mecánica se conserva. Si llamamos A al punto situado a 23400 km del centro del planeta y B el punto más lejano $E_{mec,A} = E_{mec,B}$. La sonda alejará hasta que su $E_{K,B} = 0$.

$$E_{mec,A}=E_{mec,B} \quad\Rightarrow\quad E_{K,A}+E_{P,A}=E_{P,B} \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{2}m v_A^2-G\frac{m M_P}{r_A}=-G\frac{m M_P}{r_B} \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{2}v_A^2-G\frac{M_P}{r_A}=-G\frac{M_P}{r_B} \quad\Rightarrow\quad -\frac{v_A^2}{2GM_P}+\frac{1}{r_A}=\frac{1}{r_B}$$

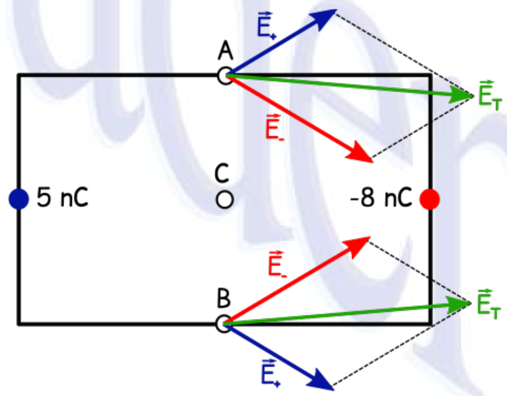
$$-\frac{25500^2}{2\cdot6.67\cdot10^{-11}\cdot5.18\cdot10^{26}}+\frac{1}{23.4\cdot10^6}=\frac{1}{r_B} \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{r_B}=3.33\cdot10^{-8} \quad\Rightarrow\quad r_B=3.00\cdot10^7\ \text{m}$$

Solución: $\boxed{3.00\cdot10^7\ \text{m}}$

3º En los centros de los dos lados cortos de un rectángulo como el de la figura hay unas cargas eléctricas puntuales.
a) Copia la figura y dibuja los vectores que representan los campos eléctricos en los puntos A y B debido a cada carga individual y de las dos cargas conjuntamente. (0,5 puntos)
b) Calcula el potencial eléctrico total en el punto C. (0,5 puntos)
c) Calcula el módulo de la fuerza eléctrica total sobre una partícula con 6 μC de carga situada en el punto A. (1 punto)



a)



b)
Para calcular el potencial total aplicamos el principio de superposición, es decir el potencial total será la suma de los potenciales individuales.

$$V_T = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{r_1} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2}{r_2} = 9\cdot 10^9\left(\frac{5\cdot 10^{-9}}{0.5} + \frac{-8\cdot 10^{-9}}{0.5}\right) = -54\ V$$

Solución: $\boxed{V_T = -54\ V}$

b)
Calculemos primero el campo debido a las dos cargas en A, teniendo en cuenta que $\vec{r}_1 = 0.5\hat{i} + 0.3\hat{j}\ m$, $|\vec{r}_1| = \sqrt{0.34}\ m$, $\vec{r}_2 = -0.5\hat{i} + 0.3\hat{j}\ m$, $|\vec{r}_1| = \sqrt{0.34}\ m$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = K\frac{q_1}{r_1^2}\cdot\frac{\vec{r}_1}{r_1} + K\frac{q_2}{r_2^2}\cdot\frac{\vec{r}_2}{r_2} = 9\cdot 10^9\left(\frac{5\cdot 10^{-9}}{0.34}\cdot\frac{0.5\hat{i}+0.3\hat{j}}{\sqrt{0.34}} + \frac{-8\cdot 10^{-9}}{0.34}\cdot\frac{-0.5\hat{i}+0.3\hat{j}}{\sqrt{0.34}}\right) = 295\ \hat{i} - 40.9\hat{j}$$

Por tanto el módulo del campo es

$$|\vec{E}_T| = 298\ N/C$$

y el módulo de la fuerza será

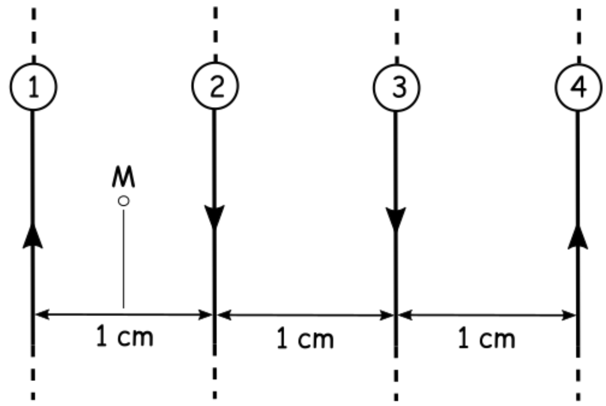
$$|\vec{F}| = |q||\vec{E}_T| = 6\cdot 10^{-6}\cdot 298 = 1.79\cdot 10^{-3}\ N$$

Solución: $\boxed{|\vec{F}| = 1.79\cdot 10^{-3}\ N}$

4º La figura representa cuatro hilos rectos conductores, paralelos y de longitud infinita. El punto M equidista de los dos primeros hilos. En este punto, los módulos de los campos magnéticos debidos a las corrientes en los hilos son B_1 = 0,7 mT, B_2 = 0,3 mT, B_3 = 0,1 mT i B_4 = 0,2 mT.

a) Calcula el campo total en el punto M. Indica de manera clara la dirección y el sentido de este campo en relación a los hilos. (0,5 puntos)

b) Calcula el valor del campo total en el punto M cuando la corriente en el hilo número 2 se cambia de sentido y va hacia arriba. (0,7 puntos)



c) Determina la intensidad y el sentido que debería tener la corriente del hilo número 2 para que el campo magnético total en el punto M fuese nulo. (0,8 puntos)

a)

Todos los campos creados por los hilos están en el mismo eje que entra y sale del papel. Tomaremos como sentido positivo el que entra en el papel y negativo el que sale. Por tanto

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 \Rightarrow \left|\vec{B}_T\right| = \left|\vec{B}_1\right| + \left|\vec{B}_2\right| + \left|\vec{B}_3\right| - \left|\vec{B}_4\right| \Rightarrow \left|\vec{B}_T\right| = 0,7 + 0.3 + 0,1 - 0,2 = 0,9\ mT$$

Solución: $\boxed{\left|\vec{B}_T\right| = 0,9\ mT}$

b)

Al cambiar el sentido de la corriente 2, cambia el sentido del campo $\vec{B}_2$ y por tanto el signo. Con el mismo criterio de signos tenemos

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 \Rightarrow \left|\vec{B}_T\right| = \left|\vec{B}_1\right| - \left|\vec{B}_2\right| + \left|\vec{B}_3\right| - \left|\vec{B}_4\right| \Rightarrow \left|\vec{B}_T\right| = 0,7 - 0.3 + 0,1 - 0,2 = 0,3\ mT$$

Solución: $\boxed{\left|\vec{B}_T\right| = 0,3\ mT}$

c)

Si la corriente del hilo 2 va hacia abajo, el campo total en M no podría ser nulo nunca. Por tanto la corriente 2 está dirigida hacia arriba y en esta situación

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 \Rightarrow \left|\vec{B}_T\right| = \left|\vec{B}_1\right| - \left|\vec{B}_2\right| + \left|\vec{B}_3\right| - \left|\vec{B}_4\right| \Rightarrow 0 = 0,7 - \left|\vec{B}_2\right| + 0,1 - 0,2 \Rightarrow \left|\vec{B}_2\right| = 0.6\ mT$$

$$\left|\vec{B}_2\right| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \Rightarrow 0.6 \cdot 10^{-3} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot I_2}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \frac{0.6 \cdot 5}{2 \cdot 10^{-1}} = I_2 \Rightarrow I_2 = 15\ A$$

Solución: $\boxed{I_2 = 15\ A}$

Clases de matemáticas, física y química
Tel.:665.516.510

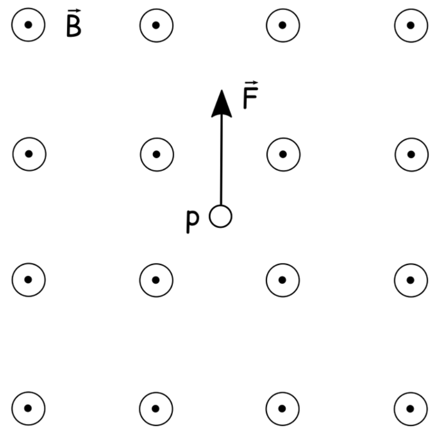
5º La fuerza sobre un protón en movimiento dentro del campo magnético uniforme representado en la figura tiene la dirección y sentido del vector F en un instante dado.

a) Determina la dirección y el sentido de la velocidad del protón. (0,25 puntos)

b) Describe la trayectoria del protón dentro del campo magnético. (0,25 puntos)

c) Deduce la expresión que relaciona la velocidad del protón con el radio de la trayectoria y la intensidad del campo. (0,75 puntos)

d) Calcula cuántas vueltas completas da el protón durante 4 μs si la velocidad inicial es de 290 km/s y el campo magnético es de 0,35 T. Dato: m_p = $1{,}673\times10^{-27}$kg. (0,75 puntos)



a)

Aplicando la regla de la mano derecha para el producto vectorial de v y B, y teniendo en cuenta de que se trata de una carga positiva, tenemos que v debe apuntar hacia la izquierda.

b)

La fuerza que aparece es perpendicular a la velocidad y por tanto el único efecto que tendrá será cambiar la dirección y sentido pero no su módulo. La partícula describirá un movimiento circular uniforme.

c)

La única fuerza que actúa está dirigida hacia el centro y por tanto en la dirección radial tenemos que

$$\vec{F} = m\vec{a}_c \;\Rightarrow\; \left|\vec{F}\right| = m\cdot|\vec{a}_c| \;\Rightarrow\; |q|\cancel{v}B = m\frac{\cancel{v^2}^{\,v}}{R} \;\Rightarrow\; \frac{|q|\,BR}{m} = v$$

Solución: $\boxed{v = \frac{|q|\,BR}{m}}$

d)

Sabiendo que se trata de un movimiento circular uniforme $v = \frac{2\pi R}{T}$, donde T representa el período, es decir el tiempo que tarda en completar una vuelta. Junta la expresión anteriores

$$\frac{2\pi\cancel{R}}{T} = \frac{|q|\,B\cancel{R}}{m} \quad\Rightarrow\quad T = \frac{2\pi m}{|q|\,B} = \frac{2\pi\cdot 1.673\cdot 10^{-27}}{1.6\cdot 10^{-19}\cdot 0.35} = 1.88\cdot 10^{-7}\ s$$

y el número de vueltas resultará $n = \frac{t}{T} = 4\cdot 10^{-6}1.88\cdot 10^{-7} = 21.3\ vueltas$.

Solución: $\boxed{21\ vueltas}$

6º Considera la onda siguiente, donde y se expresa en centímetros, x en metros y t en segundos:

$$y(x,t) = 18\cos\left(\frac{2\pi}{6.7}x - 2t\right)$$

a) Calcula la perturbación en x = 26,8 m cuando la amplitud es máxima en el origen. (0,7 puntos)

b) Calcula la velocidad de propagación de la onda e indica el sentido de propagación justificando la respuesta brevemente. (0,6 puntos)

c) Escribe la ecuación de la onda armónica que se desplaza hacia la izquierda con la misma amplitud y frecuencia angular que la anterior y tiene una longitud de onda de 7 m. (0,7 puntos)

a)

La amplitud máxima se consigue cuando el cuerpo se encuentra en uno de los extremos $\left|\cos\left(\frac{2\pi}{6.7}x - 2t\right)\right| = 1$ y para el caso concreto del origen (x=0) cuando $|\cos(-2t)| = 1$ y por tanto $2t = n\cdot\pi$, $n\in\mathbb{Z}$.

$$y\left(26.8, \frac{n\pi}{2}\right) = 18\cos\left(\frac{2\pi}{6.7}26.8 - n\pi\right) = 18\cos(8\pi - n\pi) = 18\cos(n'\pi) = \pm 18\ cm$$

Solución: $\boxed{y = \pm 18 \text{ cm}}$

b)

Se trata de una onda transversal y armónica. La perturbación tienen lugar en el eje y y se propaga a lo largo del eje x. Es armónica ya que la función es del tipo seno/coseno. El sentido de propagación es + ya que los términos kx y wt, del argumento del coseno o fase, aparecen con signos opuestos.

La velocidad de propagación vienen dada por

$$v_{pro} = \frac{\omega}{k} = \frac{2}{\frac{2\pi}{6.7}} = \frac{6.7}{\pi} = 2.13 \text{ m/s}$$

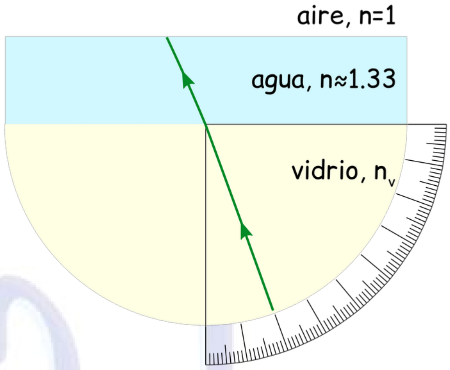
Solución: $\boxed{v_{pro} = 2.13 \text{ m/s}}$

c)

Si λ = 7 m, entonces $k = \frac{2\pi}{7}$ m^{-1}. Al desplazarse hacia la izquierda (sentido -) los términos del argumento o fase deberían aparecer con el mismo signo, es decir (kx + wt) o (-kx - wt).Por tanto la ecuación queda

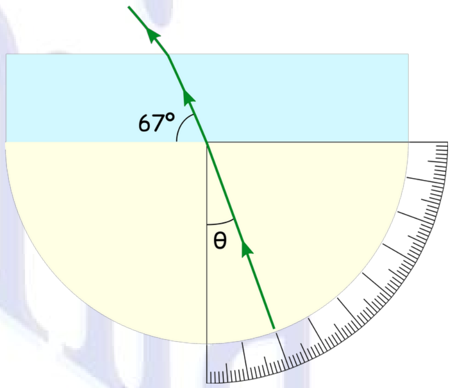
$$y(x,t) = 18\cos\left(\pm\frac{2\pi}{7}x \pm 2t\right)$$

7º La figura representa una parte de la trayectoria de un rayo de luz que atraviesa un vidrio, una capa de agua y sale al aire.



a) Dibuja cualitativamente la trayectoria del rayo cuando sale al aire desde el agua. (0,5 puntos)
b) Calcula el índice de refracción del vidrio. (La dirección del rayo dentro del vidrio se mide con el ángulo θ sobre la escala de noventa grados.) (0,75 puntos)
c) Se cambia el vidrio por otro de índice de refracción 1,55. Calcula el valor del ángulo θ del rayo dentro del vidrio a partir del cual el rayo no pasa del agua al aire.(0,75 puntos)

a)
Al pasar a un medio de menor índice de refracción, el rayo se alejará de la normal.

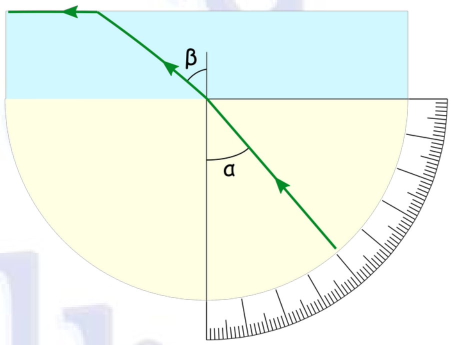


b)
El rayo cuando pasa por el agua forma un ángulo con la normal de 23º. En el vidrio, del diagrama, el rayo muestra un ángulo de 20º. Aplicando la ley de Snell

$$n_{ag}\cdot\sin 23=n_v\cdot\sin\theta \quad\Rightarrow\quad 1.33\cdot\sin 23=n_v\cdot\sin 20 \quad\Rightarrow\quad n_v=\frac{1.33\sin 23°}{\sin 20°}=1.52$$

Solución: $\boxed{n_v=1.52}$

c)
A un ángulo de incidencia igual al ángulo crítico, el rayo refractado en la interfase agua aire saldrá paralelo a la interfase agua-aire. Por lo tanto el ángulo con el que sale refractado el rayo será de 90º. Para ángulos de incidencia mayores que el crítico no habrá rayo refractado, produciéndose reflexión total.



$$n_v\cdot\sin\alpha=n_{ag}\cdot\sin\beta=n_{ai\cdot\sin}90 \quad\Rightarrow\quad 1.55\cdot\sin\alpha=1\cdot\sin 90 \quad\Rightarrow\quad \alpha=\mathrm{asin}\frac{1}{1.55}=40.18°$$

Solución: $\boxed{\alpha=40.18°}$

8º Una ventana de 40 cm de anchura y 60 cm de altura se encuentra a 3 m de una pared. Se obtiene la imagen de la ventana sobre la pared con una lente delgada situada a 30 cm de la pared y 2.7 m de la ventana. Calcula:
a) La distancia focal de la lente usada. (0,75 puntos)
b) La altura de la imagen de la ventana. (0,5 puntos)
c) El área de la imagen de la ventana. (0,75 puntos)

a)
Haciendo uso de la ecuación para las lentes con s'= 30 cm y s= -270 cm

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{30}-\frac{1}{-270}=\frac{1}{f'} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{f}'=\frac{1}{27} \quad \Rightarrow \quad f'=27\ \text{cm}$$

Solución: $\boxed{f'=27\ \text{cm}}$

b)
La imagen es real y por tanto invertida. A partir del aumento lateral podemos determinar la altura de la imagen de la ventana y = 60 cm

$$\frac{s'}{s}=\frac{y'}{y} \quad \Rightarrow \quad \frac{-30}{270}=\frac{y'}{60} \quad \Rightarrow \quad y'=\frac{60\cdot(-30)}{270}=-\frac{20}{3}\ \text{cm}=-6.67\ \text{mm}$$

El signo negativo sólo nos sindica que la imagen va a ser invertida

Solución: $\boxed{y'=6.67\ \text{cm}}$

c)
La anchura de la imagen sufre el mismo aumento lateral que la altura, por tanto

$$\frac{s'}{s}=\frac{x'}{x} \quad \Rightarrow \quad \frac{-30}{270}=\frac{x'}{40} \quad \Rightarrow \quad x'=\frac{40\cdot(-30)}{270}=-\frac{40}{9}\ \text{cm}=-4.44\ \text{mm}$$

y por tanto $\text{Área}_{imagen}=y'\cdot x'=\frac{40}{9}\cdot\frac{20}{3}=\frac{800}{27}=29.63\ \ \text{cm}^2$

Solución: $\boxed{\text{Área}_{imagen}=29.63\ \text{cm}^2}$

9º a) Calcula el nombre atómico y el número de neutrones del isótopo ${}^{234}_{92}U$ después de emitir dos partículas α. (1 punto)
b) Calcula el nombre atómico y el número de neutrones del isótopo ${}^{228}_{88}Ra$ después de emitir dos partículas β⁻. (1 punto)

a)

$${}^{234}_{92}U \longrightarrow {}^{226}_{88}X + 2\,{}^{4}_{2}\alpha$$

Z =88, n=A-Z=226-88=138

Solución: $\boxed{Z=88,\ n=138}$

b)

$${}^{228}_{88}U \longrightarrow {}^{228}_{90}X + 2\,{}^{0}_{-1}e + 2\bar{\nu}$$

Z =90, n=A-Z=228-90=138

Solución: $\boxed{Z=90,\ n=138}$