Clases de matemáticas, física y química
Tel.:665.516.510

1) Calcula la masa máxima de un planeta de 5600 km de radio y sin atmósfera para que una sonda lanzada a 5,46 km/s desde la superficie se aleje indefinidamente del planeta sin propulsión. (1,5 puntos)

Si la sonda es capaz de alejarse indefinidamente del planeta sin propulsión entonces es que por lo menos ha alcanzado la velocidad de escape. Por tanto la energía mecánica mínima es cero.

$$-G\frac{m \cdot M}{R}+\frac{1}{2}m \cdot v^2 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad -G\frac{M}{R} \geq -\frac{1}{2}v^2 \quad \Rightarrow \quad G\frac{M}{R} \leq \frac{1}{2}v^2 \quad \Rightarrow \quad M \leq \frac{R\,v^2}{2\,G}$$

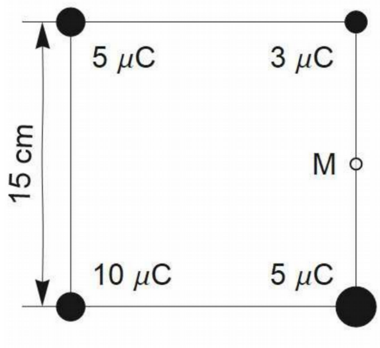
La masa máxima del planeta corresponde al caso en que

$$M=\frac{R\,v^2}{2\,G}=\frac{5.6 \cdot 10^6 \cdot 5460^2}{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11}}=1.25 \cdot 10^{24}\,\text{kg}$$

Solución: $\boxed{1.25 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}$

Clases de matemáticas, física y química
Tel.:665.516.510

2) Con las cargas puntuales de la figura, calcula:
a) El módulo de la fuerza que hace la carga de 10 μC sobre la carga de 3 μC. (0,5 puntos)
b) El vector fuerza total sobre la carga de 3 μC a causa de la interacción eléctrica con las otras tres. Incluye un esquema de la fuerza que hace cada carga individualmente. (1 punto)
c) El potencial eléctrico en el punto M debido a las dos cargas de 5 μC. (0,75 puntos)



a.

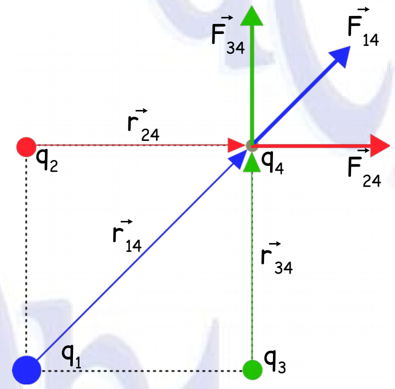
Aplicando la ley de Coulomb

$$|\vec{F}_{14}|=K\cdot\frac{q_1\cdot q_4}{|\vec{r}_{14}|^2}=9\cdot10^9\frac{10\cdot10^{-6}\cdot3\cdot10^{-6}}{\sqrt{0.15^2+0.15^2}^2}=6N$$

Solución: $\boxed{|\vec{F}_{14}|=6N}$

b.

El diagrama muestra la dirección y sentido de todas las fuerzas. Las fuerzas que ejercen q_2 y q_3 sobre la carga q_4 son iguales en módulo $|\vec{F}_{24}|=|\vec{F}_{34}|$, el motivo es que $q_2 = q_3$ y $|\vec{r}_{24}|=|\vec{r}_{34}|$.



$$|\vec{F}_{24}|=K\cdot\frac{q_2\cdot q_4}{|\vec{r}_{24}|^2}=9\cdot10^9\cdot\frac{5\cdot10^{-6}\cdot3\cdot10^{-6}}{0.15^2}=6N$$

Por tanto la fuerza resultante es

$$\vec{R}=(|\vec{F}_{24}|+|\vec{F}_{14}|\cdot\cos45°)\,\hat{\imath}+(|\vec{F}_{34}|+|\vec{F}_{14}|\cdot\sin45°)\,\hat{\jmath}=3\cdot(2+\sqrt{2})\,\hat{\imath}+3\cdot(2+\sqrt{2})\,\hat{\jmath}\ \ N$$

Solución: $\boxed{\vec{R}=3\cdot(2+\sqrt{2})\,\hat{\imath}+3\cdot(2+\sqrt{2})\,\hat{\jmath}\ \ N}$

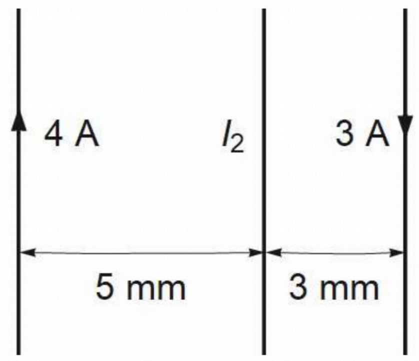
c.

Para calcular el potencial en M aplicamos el principio de superposición, es decir el potencial total en M será la suma de los potenciales individuales.

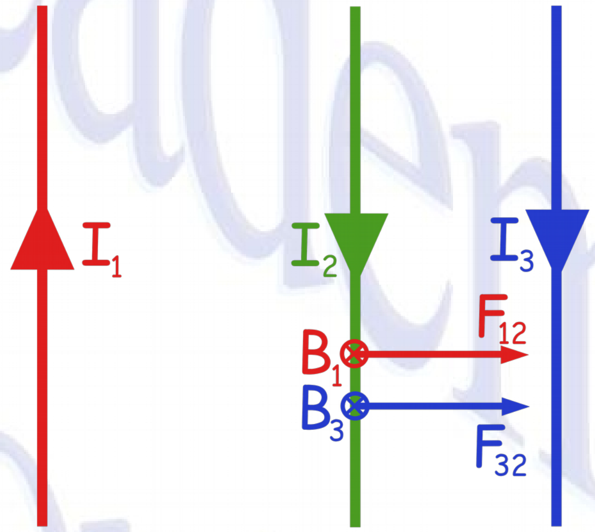
$$V=V_{2M}+V_{3M}=K\cdot\frac{q_2}{|\vec{r}_{2M}|}+K\cdot\frac{q_3}{|\vec{r}_{3M}|}=9\cdot10^9\cdot5\cdot10^{-6}\left(\frac{1}{\sqrt{0.15^2+0.075^2}}+\frac{1}{0.075}\right)=8.68\cdot10^5\ \ V$$

Solución: $\boxed{V=8.68\cdot10^5\ V}$

3) La figura representa tres hilos conductores rectos, paralelos y de longitud infinita.
a) Suponiendo que la corriente I_2 va cap abajo, dibuja los campos magnéticos en la posición del hilo central y la fuerza sobre este hilo debido a la corriente del hilo que está a la izquierda y debido a el hilo que esta a la derecha. (0,5 puntos)
b) Determina el sentido y la intensidad de la corriente I_2 para que la fuerza total por unidad de longitud sobre el hilo central sea de 1,8 mN por metro hacia la derecha. (0,75 puntos)



a.



b.

El sentido de la corriente I_2 es descendente. Teniendo en cuenta que los campos B_1 y B_3 son perpendiculares a la corriente I_2 , el módulo de las fuerzas resulta ser $|\vec{F}_{i2}|=I_2\cdot L\cdot B_i\cdot \sin 90° = I_2\cdot L\cdot B_i$. Como ambas fuerzas tienen misma dirección y mismo sentido la resultante será la suma de ambas.

$$F_{12}+F_{32}=I_2\cdot L\cdot B_1+I_2\cdot L\cdot B_3 \quad \Rightarrow \frac{F_{12}+F_{32}}{L}=I_2(B_1+B_3)=I_2\left(\mu_0\cdot\frac{I_1}{2\pi\cdot r_1}+\mu_0\cdot\frac{I_3}{2\pi\cdot r_3}\right) \quad \Rightarrow$$

$$1.8\cdot10^{-3}=I_2 4\pi\cdot10^{-7}\left(\frac{4}{2\pi\cdot5\cdot10^{-3}}+\frac{3}{2\pi\cdot3\cdot10^{-3}}\right) \quad \Rightarrow \quad 1.8\cdot10^{-3}=I_2 2\cdot10^{-4}(0.8+1) \quad \Rightarrow \quad I_2=5\,A$$

Solución: $\boxed{I_2=5A}$

4) Dos fuentes, A y B, generan sucesivamente sonidos que se propagan por el aire con un frente de onda esférico. El nivel umbral de intensidad sonora es $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2. Calcula la intensidad sonora:
a) A 12 m de la fuente A si el nivel de intensidad sonora en esta posición es de 87 dB.
b) A 20 m de la fuente B si la intensidad sonora es de 2 mW/m^2 a 12 m de la font.
(a: 1 punto + b: 0,75 puntos)

a.

$$dB = 10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow \frac{dB}{10} = \log\frac{I}{I_0} \Rightarrow 10^{\frac{dB}{10}} = \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = I_0 \cdot 10^{\frac{dB}{10}} = 10^{-12} \cdot 10^{\frac{87}{10}} = 5 \cdot 10^{-4} \ \ W/m^2$$

Solución: $\boxed{I = 5 \cdot 10^{-4} \ \ W/m^2}$

b.

Siendo una onda esférica

$$I_1 \cdot r_1^2 = I_2 \cdot r_2^2 \Rightarrow I_2 = I_1 \cdot \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 2 \cdot \left(\frac{12}{20}\right)^2 = 0.72 \ \ mW/m^2$$

Solución: $\boxed{I = 0.72 \ \ mW/m^2}$

Clases de matemáticas, física y química
Tel.:665.516.510

5) La imagen de una ventana cuadrada de 0,48 m^2 es proyecta sobre una pantalla con una lente delgada colocada a 1,5 m de la ventana. La imagen es real, invertida y de 0,03 m^2.
a) Justifica con esta información, de manera breve y sin usar el resultado del apartado siguiente, si la lente es convergente o divergente. (0,5 puntos)
b) Calcula la distancia focal de la lente usada para formar la imagen. (1,5 puntos)

a.
La única manera de obtener una imagen real es con una lente convergente. Una lente divergente siempre proporciona una imagen virtual.

Solución: $\boxed{\text{convergente}}$

b.
El lado de la ventana es $L=\sqrt{0.48}$ y el lado de la imagen $L'=\sqrt{0.03}$. Por tanto el aumento lateral, teniendo en cuenta que la imagen es invertida es

$$A_L=\frac{y'}{y}=-\frac{L'}{L}=-\frac{\sqrt{0.03}}{\sqrt{0.48}}=-\sqrt{\frac{1}{16}}=-\frac{1}{4}=\frac{s'}{s}$$

Por tanto

$$s'=-\frac{s}{4} \Rightarrow s'=-\frac{-1.5}{4}=0.375 \Rightarrow \frac{1}{0.375}-\frac{1}{-1.5}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{8}{3}+\frac{2}{3}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{10}{3}=\frac{1}{f'} \Rightarrow f'=0.3\ \text{m}$$

Solución: $\boxed{f' = 0.3\ \text{m}}$

6) a) Si la actividad radioactiva de una muestra decayese de 1000 desintegraciones por hora a 500 desintegraciones por hora en 463 días, y fuese debida a un único elemento radioactivo, determina la vida media en años y calcula la constante de desintegración de este elemento radioactivo. (0,75 puntos)
b) Calcula el número de protones y el número de neutrones del núcleo después de haber emitido una partícula α. (0,5 puntos)

a.

En 463 días la actividad ha decaído a la mitad, por lo tanto el periodo de semidesintegración es de 463 días o en años 1.2685 años. De aquí podemos calcular la constante de desintegración λ y la vida media τ.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{1.2685} = 0.546 \ \text{años}^{-1} \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{1}{\lambda} = 1.83 \ \text{años}$$

Solución: $\boxed{\lambda = 0.546 \ \text{años}^{-1} \ , \ \tau = 1.83 \ \text{años}}$

b.

Al emitir una partícula α el átomo de uranio pierde 4 nucleones, 2 de los cuales son protones y los otros dos neutrones.

$${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{234}_{90}X + {}^{4}_{2}\alpha$$

El nuevo elemento resultante tendrá 90 protones y 234-90 = 144 neutrones.

Solución: $\boxed{90 \ \text{protones y } 144 \ \text{neutrones}}$