OPCIÓ A

1) La masa y el radio medio de la Luna son $M_L = 7.35\times10^{22}$ kg y R_L = 1737 km.

a) En la Luna, ¿a qué altura se ha reducido la aceleración de la gravedad a la mitad del valor que tiene en la superficie? (1.5 puntos)

b) ¿Qué radio tendría que tener la Luna para que la aceleración de la gravedad en su superficie fuese igual que la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra? (1 punto)

a.

El módulo de la aceleración de la gravedad viene dado por $g=G\frac{M}{R^2}$. A una distancia R del centro de la luna o una altura sobre la superficie h = R- R_L. Queremos que $g'=\frac{1}{2}g$ y por tanto

$$G\frac{M_L}{R^2}=\frac{1}{2}G\frac{M_L}{R_L^2} \Rightarrow \frac{1}{R'^2_L}=\frac{1}{2}\frac{1}{R_L^2} \Rightarrow R'^2_L=2R_L^2 \Rightarrow R'_L=\sqrt{2}R_L \Rightarrow R'_L\approx2456\ \text{km} \Rightarrow h=\sqrt{2}R_L-R_L\approx719\ \text{km}$$

Solución: $\boxed{h\approx719\ \text{km}}$

b.

Si recordamos los valores de masa y radio de la Tierra

$$g_L=g_T \Rightarrow G\frac{M_L}{R'^2_L}=G\frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow \frac{M_L}{R'^2_L}=\frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow R'^2_L=R_T^2\frac{M_L}{M_T} \Rightarrow R'_L=R_T\sqrt{\frac{M_L}{M_T}}=6370\sqrt{\frac{7.35\cdot10^{22}}{5.972\cdot10^{24}}}=706.6\ \text{km} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R'_L\approx706.6\ \text{km}$$

Si recordamos el valor de la constante de gravitación universal

$$g_L=g_T \Rightarrow G\frac{M_L}{R'^2_L}=9.81 \Rightarrow R'^2_L=G\frac{M_L}{9.81} \Rightarrow R'_L=\sqrt{6.674\cdot10^{-11}\frac{7.35\cdot10^{22}}{9.81}}\approx707100\ \text{m} \Rightarrow R'_L\approx707.1\ \text{km}$$

Solución: $\boxed{R'_L\approx707\ \text{km}}$

2) Considera partículas inicialmente neutras que pueden ganar o perder electrones por fricción.

a) ¿Cuántos electrones ha ganado una de estas partículas aislada si el potencial eléctrico vale aproximadamente −400 mV a 0.18 μm de distancia de la partícula? (1.25 puntos)

b) ¿Cuál es el trabajo que se tiene que hacer para acercar una partícula de 7 nC desde 0.8 mm hasta a 0.2 mm de otra partícula de 50 nC? (1.25 puntos)

a.

$$V=k\frac{Q}{r} \Rightarrow Q=\frac{V\cdot r}{k}=-400\cdot 10^{-3}\cdot\frac{0.18\cdot 10^{-6}}{9\cdot 10^{9}}=8\cdot 10^{-18}\ C \Rightarrow n^{o}\ e^{-}=\frac{8\cdot 10^{-18}}{1.60\cdot 10^{-19}}=50\ e^{-}$$

Solución: $\boxed{50\ e^{-}.}$

b.

El trabajo hecho por una fuerza externa al campo vienen dado por $W=\Delta E_p=E_{pf}-E_{p0}=q\cdot V_f-q\cdot V_0=q\cdot(V_f-V_0)$ en nuestro caso

$$W=q\cdot(V_f-V_0)=q\cdot\left(\frac{k\cdot Q}{r_f}-\frac{k\cdot Q}{r_0}\right)=q\cdot k\cdot Q\left(\frac{1}{r_f}-\frac{1}{r_0}\right)=7\cdot 10^{-9}\cdot 9\cdot 10^{9}\cdot 50\cdot 10^{-9}\left(\frac{1}{0.2\cdot 10^{-3}}-\frac{1}{0.8\cdot 10^{-3}}\right)=1.18\cdot 10^{-2}\ J\ .$$

Solución: $\boxed{W=1.18\cdot 10^{-2}\ J}$

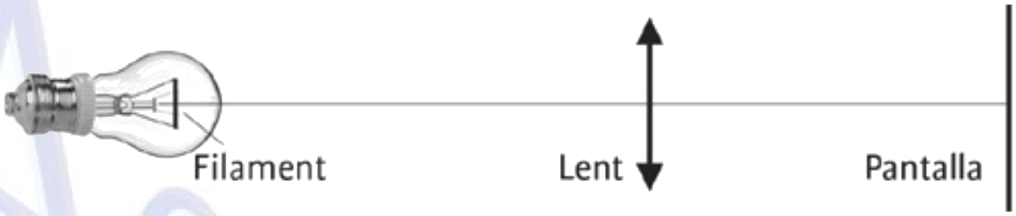
3) La ecuación de una onda mecánica transversal es y(x, t) = 7 cos(8 x – ω t), donde x viene en metros, t en segundos e y en cm. ¿Cuánto vale ω si la perturbación se propaga a 3.4 m/s? (1 punto)

Se trata de una onda armónica cuya ecuación más general viene dada por $y(x,t)=A\cdot\cos(k\cdot x-\omega\cdot t+\phi)$. Comparando esta ecuación con la del enunciado, tenemos $k=8\ m^{-1}$. La velocidad de propagación de la onda vienen dada por $v_p=\frac{\omega}{k}$. $\omega=v_p\cdot k=3.4\cdot 8=27.2\ rad/s$.

Solución: $\boxed{\omega=27.2\ rad/s}$

Academia Montesino

4) Una lente de distancia focal +12 cm se usa para enfocar el filamento encendido de una bombilla sobre una pantalla situada a 21 cm de la lente en un montaje como el de la figura.



a) ¿A qué distancia del filamento se encuentra la lente cuando el filamento está enfocado sobre la pantalla? (1.25 puntos)

b) Si la longitud transversal del filamento es de 1.2 cm, ¿qué longitud tiene su imagen? (0.75 puntos)

c) ¿La imagen del filamento es real o virtual? ¿Está derecha o invertida? (0.5 + 0.25 puntos)

a.

Se trata de una lente convergente, de distancia focal f' = +12 cm. La imagen se forma a 21 cm a la derecha de la lente y por tanto s' = +21 cm. Nos piden que determinemos s

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{21}-\frac{1}{s}=\frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{s}=\frac{1}{21}-\frac{1}{12}=-\frac{1}{28} \Rightarrow s=-28\text{ cm}$$

El signo negativo nos indica que el objeto se encuentra a la izquierda de la lente

Solución: $\boxed{s=-28\text{ cm}}$

b.

El aumento lateral relaciona las alturas y por semejanza también las posiciones del objeto y la imagen

$$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{y'}{1.2}=\frac{21}{-28} \Rightarrow y'=\frac{25.2}{-28}=-0.9\text{ cm}$$

Solución: $\boxed{y'=-0.9\text{ cm}}$

c.

La imagen del filamento es real, ya que se forma en plano imagen. También podríamos justificarlo indicando que el objeto está a una distancia de la lente convergente mayor que la distancia focal.

La imagen siendo real es invertida. También podemos justificarlo indicando que el signo del aumento lateral es negativo.

5) Se dispone de una célula fotoeléctrica con una placa de sodio. El potencial de trabajo del sodio es de 2.28 eV (1 eV = 1.602 × 10^{-19} J). ¿Cuál es la energía cinética máxima de los electrones emitidos por efecto fotoeléctrico cuando se ilumina la placa con luz de 295 nm? Expresa la respuesta en electronvoltios. La constante de Planck es h = 6.63 × 10^{-34} J s. (1.25 puntos)

$$E_{k,max}=E_{fotón}-W_{ext.}=\frac{h\cdot c}{\lambda}-W_{ext.}=\frac{6.63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{295\cdot 10^{-9}}\cdot\frac{1}{1.602\cdot 10^{-19}}-2.28=1.93\ \text{eV}$$

Solución: $\boxed{E_{k,max}=1.93\ \text{eV}}$

Academia Montesino

OPCIÓ B

1) Considera, por un lado, un satélite de 2700 kg en una órbita circular alrededor de la Tierra, y por otro, una sonda de 2500 kg que se aleja radialmente de nuestro planeta ya sin propulsión. La masa de la Tierra es $M_T = 5.972 \times 10^{24}$ kg.

a) Si el satélite tiene una energía cinética de 2.82×10^{10} J, ¿cuál es el radio de la órbita? (1 punto)

b) Si la sonda se mueve a 3.0 km/s a 75000 km del centre de la Tierra, ¿hasta que distancia máxima de la Tierra llegará? (1.5 puntos)

a)

En una órbita circular $E_k = -\frac{1}{2}E_p \Rightarrow$

$$2.82\cdot10^{10} = \frac{1}{2}G\frac{mM_T}{r} \Rightarrow r = \frac{GmM_T}{2\cdot2.82\cdot10^{10}} = \frac{6.674\cdot10^{-11}\cdot2500\cdot10^{3}\cdot5.972\cdot10^{24}}{2\cdot2.82\cdot10^{10}} = 1.767\cdot10^{10}\ \text{m}$$

Solución: $\boxed{r = 1.767\cdot10^{10}\ \text{m}}$

b)

Llegará a un punto B donde la velocidad sea nula. Por conservación de la energía

$$E_A = E_B \Rightarrow E_{k,A} + E_{p,A} = E_{p,B} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 - G\frac{mM_T}{r_A} = -G\frac{mM_T}{r_B} \Rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 - G\frac{M_T}{r_A} = -G\frac{M_T}{r_B} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\left(3\cdot10^3\right)^2 - 6.674\cdot10^{-11}\cdot\frac{5.972\cdot10^{24}}{75\cdot10^6} = -6.674\cdot10^{-11}\cdot\frac{5.972\cdot10^{24}}{r_B} \Rightarrow 1.129\cdot10^{-8} - \frac{1}{75\cdot10^6} = -\frac{1}{r_B} \Rightarrow r_B = 489475\ \text{km}$$

Solución: $\boxed{r_B = 489475\ \text{km}}$

Academia Montesino

2) Dos hilos rectos de longitud infinita y paralelos portan corrientes eléctricas de intensidades I_A e $I_B = 4 I_A$. La permeabilidad del vacío es $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N A^{-2}.

a) ¿Cuánto vale la corriente I_A si los hilos se atraen con una fuerza de 0.17 mN por metro de longitud cuando están separados 12 mm? Indica, justificando brevemente la respuesta, si los sentidos de las corrientes son iguales o contrarios. (1.25 puntos)

b) ¿Cuánto vale el campo magnético en un punto medio entre los hilos? Haz un esquema para mostrar la orientación del campo respecto de los hilos y los sentidos de las corrientes. (1.25 puntos)

a.

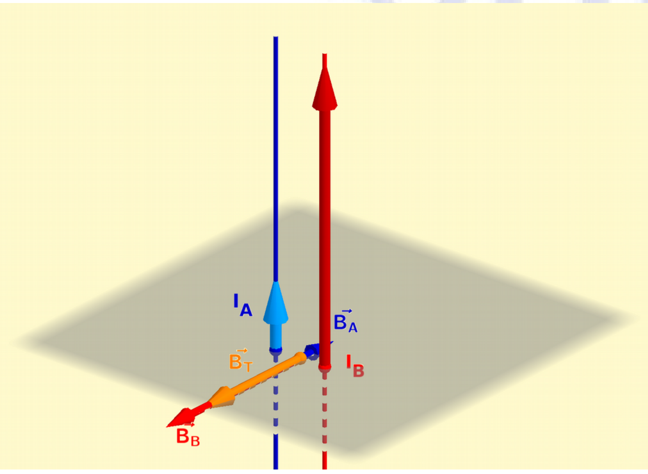
Si los hilos se atraen entonces las corrientes tienen el mismo sentido. La fuerza sobre una corriente I_A dentro un campo magnético B_B viene dada por $\vec{F}_A = I_{A\cdot}\vec{l}\times\vec{B}_B$. Siendo las línea paralelas $|\vec{F}_A| = I_{A\cdot}|\vec{l}|\cdot|\vec{B}_B| \Rightarrow \frac{|\vec{F}_A|}{|\vec{l}|} = I_{A\cdot}|\vec{B}_B|$ y el módulo del campo creado por una línea infinita, que porta una corriente I_B a una distancia r de la línea, es $|\vec{B}_B| = \mu_0\cdot\frac{I_B}{2\pi\cdot r} \Rightarrow \frac{|\vec{F}_A|}{|\vec{l}|} = \frac{\mu_0\cdot I_A\cdot I_B}{2\pi\cdot r}$

$$\frac{|\vec{F}_A|}{|\vec{l}|} = \frac{\mu_0\cdot I:A\cdot I_B}{2\pi\cdot r} \Rightarrow 1.7\cdot 10^{-4} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot I_A\cdot 4I_A}{2\pi\cdot 12\cdot 10^{-3}} \Rightarrow 1.7\cdot 10^{-4} = \frac{2I_A^2\cdot 10^{-4}}{3} \Rightarrow 2.55 = I_A^2 \Rightarrow I_A = \sqrt{2.55} = 1.60 \text{ A}$$

Solución: $\boxed{I_A = 1.60 \text{ A}}$

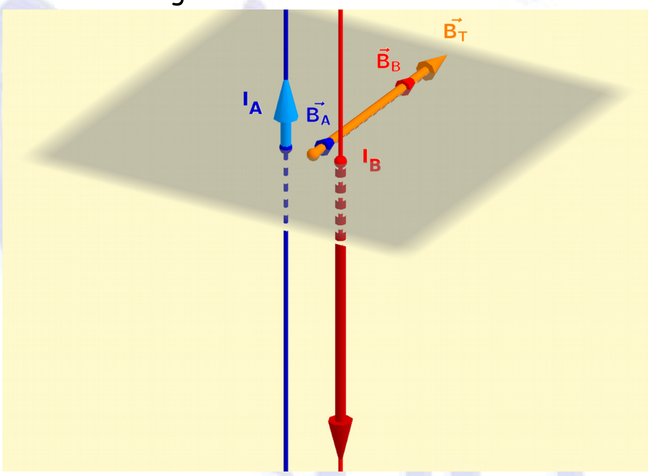
b.

Cuando las corrientes tienen el mismo sentido,el módulo del campo resultante entre ambas líneas será la diferencia de los módulos de los campos individuales $B_T = B_A - B_B$ con dirección y sentido que muestra la figura. Cuando las corrientes tienen sentidos opuestos,el módulo del campo resultante entre ambas líneas será la suma de los módulos de los campos individuales $B_T = B_A + B_B$ con dirección y sentido que muestra la figura.



Corrientes en el mismo sentido.

$$B_T = B_A - B_B = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_A}{r_A} - \frac{I_B}{r_B}\right) = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{2\pi}\left(\frac{1.60}{6\cdot 10^{-3}} - \frac{6.40}{6\cdot 10^{-3}}\right) =$$
$$= -1.60\cdot 10^{-4} \text{ T}$$



Corrientes en sentido opuesto.

$$B_T = B_A + B_B = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_A}{r_A} + \frac{I_B}{r_B}\right) = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{2\pi}\left(\frac{1.60}{6\cdot 10^{-3}} + \frac{6.40}{6\cdot 10^{-3}}\right) =$$
$$= 2.67\cdot 10^{-4} \text{ T}$$

3) La amplitud de una onda esférica a 12 km del centre de la onda es de 7 mm. ¿A qué distancia del centro de la onda la amplitud es de 2 mm? (1 punto)

La energía de la onda que atraviesa la superficie de cualquier esfera concéntrica con el centro de la onda tiene que ser la misma, suponiendo que no se produce absorción por parte del medio. La energía de una onda es proporcional a la masa y al cuadrado de la amplitud $E \propto m A^2$. Siendo una onda esférica la masa es proporcional a la superficie de la esfera $m \propto R^2 \Rightarrow E \propto R^2 A^2$ y como la energía que atraviesa la superficie de cualquier esfera concéntrica debe ser la misma

$$R_1^2 A_1^2 = R_2^2 A_2^2 \quad \Rightarrow \quad 12^2 \cdot 7^2 = R_2^2 \cdot 2^2 \quad \Rightarrow \quad R_2 = \frac{12 \cdot 7}{2} = 42 \text{ km}$$

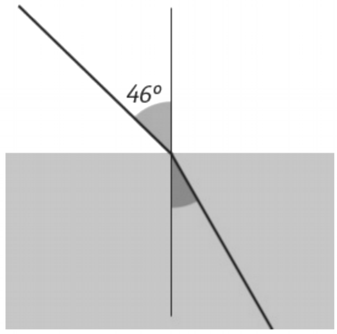
Solución: $\boxed{R_2 = 42 \text{ km}}$

Academia Montesino

4) Considera la refracción de un rayo de luz monocromática.

a) El rayo forma con la vertical un ángulo de 46º en el aire, y de 30º en el líquido. ¿Qué vale el índice de refracción del líquido? (1 punto)

b) Si se cambia el líquido por otro con un índice de refracción 1.72 y el rayo se dirige ahora desde el líquido hacia el aire, ¿a partir de qué angulo se produce reflexión total? (1 punto)



a.

Aplicando la ley de Snell $n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r$ y considerando que el medio desde el que incide el rayo es aire con un índice de refracción $n_1=1$

$$\Rightarrow \quad 1 \cdot \sin 46° = n_2 \cdot \sin 30° \quad \Rightarrow \quad n_2 = \frac{\sin 46°}{\sin 30°} = 1.44$$

Solución: $\boxed{n_2 = 1.44}$

b.

Para que pueda producirse reflexión total el rayo debe dirigirse hacia un medio de índice de refracción menor, como en este caso, medio desde el que incide $n_1 = 1.72$ y medio en el que se refracta $n_2 = 1$. Con esta condición tendremos reflexión total cuando $n_1 \cdot \sin i > n_2$. En nuestro caso

$$1.72 \cdot \sin i > 1 \quad \Rightarrow \quad i > \arcsin\left(\frac{1}{1.72}\right) = 35.55°$$

Solución: $\boxed{i > 35.55°}$

5) La actividad de una muestra radioactiva es de 4.77×10^7 Bq y hace 25 días era 3.80×10^8 Bq.

a) ¿Qué vale la constante de desintegración? (0.5 puntos)

b) ¿Qué vale el período de semidesintegración expresado en horas? (0.5 puntos)

c) Si una muestra presentara una actividad de 3.80×10^8 Bq y el período de semidesintegración fuese de 240 h, ¿qué actividad mediríamos 10 días más tarde? ¿Y 14 días más tarde? (0.5 + 0.5 puntos)

a.

La actividad de una muestra radioactiva vienen dada por $A=A_0\cdot e^{-\lambda\cdot t}$, despejando λ

$$A=A_0\cdot e^{-\lambda\cdot t} \Rightarrow \frac{A}{A_0}=e^{-\lambda\cdot t} \Rightarrow \ln\left(\frac{A}{A_0}\right)=-\lambda\cdot t \Rightarrow \lambda=-\frac{\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)}{t}=-\frac{\ln\left(\frac{4.77\cdot10^7}{3.80\cdot10^8}\right)}{10}=0.2075\text{ dia}^{-1}$$

Solución: $\boxed{\lambda=0.2075\text{ día}^{-1}}$

b.

$$T=\frac{\ln 2}{\lambda}=\frac{\ln 2}{0.2075}=3.34\text{ días}=80.2\text{ horas}$$

Solución: $\boxed{T=80.2\text{ horas}}$

c.

Conociendo el período de semidesintegración y la actividad incial podemos calcular la actividad en cualquier momento fácilmente a partir de la relación $A=A_0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$.

Si T = 240 h en 10 días, que son 240 h, la actividad se habrá reducido a la mitad, es decir A(10 d)=$1.90\cdot10^8$ Bq y en 14 días, es decir 336 horas

$$A(14\text{ d})=3.80\cdot10^8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{336}{240}}=1.44\cdot10^8\text{ Bq}$$

Solución: $\boxed{\begin{array}{l}A(10\text{ d})=1.90\cdot10^8\text{ Bq}\\ A(14\text{ d})=1.44\cdot10^8\text{ Bq}\end{array}}$