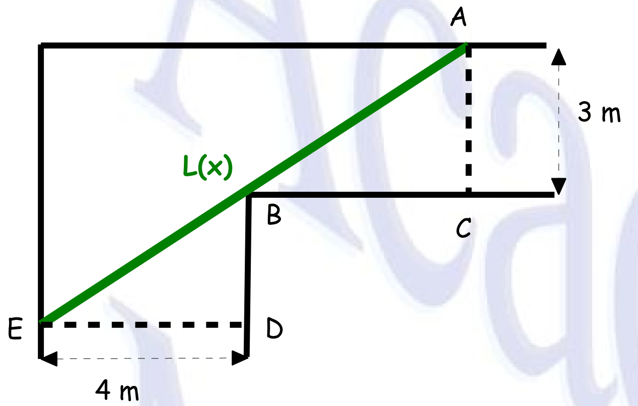
Una persona transporta un vidrio muy fino por una calle en forma de L, de manera que una de las partes de la calle tiene 4 m de ancho y la otra 3 m. ¿Cuál será la longitud máxima que podrá tener el vidrio para poder pasar?

Existen infinitos segmentos que pasan por B y dos puntos sobre las paredes de la calle (A y C). El segmento **l** más corto es el que permite que el espejo más largo pueda girar completamente en la calle.



Los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{BDE}$ que aparecen son rectángulos además de semejantes.

Por semejanza $\frac{3}{x}=\frac{y}{4}$.

Por el teorema de Pitágoras $l=\sqrt{(y+3)^2+(x+4)^2}$.

Lo que se quiere es minimizar **L(x)**.

Despejando y de la primera ecuación y sustituyendo en la segunda

$$l(x)=\sqrt{\left(\frac{12}{x}+3\right)^2+(x+4)^2}$$

Para tener un extremos relativo es condición necesaria que su derivada sea cero. Derivando l(x) en función de x e igualando a cero nos queda

$$l'(x)=\frac{2\left(\frac{12}{x}+3\right)\left(-\frac{12}{x^2}\right)+2(x+4)}{2\sqrt{\left(\frac{12}{x}+3\right)^2+(x+4)^2}}=0 \quad\Rightarrow\quad \left(\frac{12}{x}+3\right)\cdot\frac{12}{x^2}=x+4 \quad\Rightarrow\quad x^4+4x^3-36x-144=0$$

Resolviendo por Ruffini

	1	4	0	-36	-144
-4		-4	0	0	144
	1	0	0	-36	0

-4 no puede ser solución del problema. Puede resolverse la ecuación cúbica

$$x^3-36=0 \rightarrow x=\sqrt[3]{36}\approx 3.302\,m$$.

$$x=3.302\ m;\quad y=3.634\ m;\quad l=9.866\ m$$

Puede comprobarse que l(x) tiene un mínimo para x = 3.302

$$l''(x)=\frac{\frac{144}{x^4}+\frac{24\left(\frac{12}{x}+3\right)}{x^3}+1}{\sqrt{\left(\frac{12}{x}+3\right)^2+(x+4)^2}}+\frac{\frac{6\left(\frac{12}{x}+3\right)}{x^2}-\frac{x}{2}-2}{\left(\sqrt{\left(\frac{12}{x}+3\right)^2+(x+4)^2}\right)^3} \quad\Rightarrow\quad l''(\sqrt[3]{36})=0.672>0$$

Por lo tanto como l'' >0 , tenemos un mínimo en x = 3.302.