1º

a. Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}2 & 5\\ -3 & 1\end{pmatrix}$ resuelve la ecuación matricial $AX+B^T=B$, donde X es una matriz cuadrada de orden 2 y B^T es la traspuesta de la matriz B. (6 puntos)

b. Da un ejemplo de las siguientes matrices: (4 puntos)

- **i) Una matriz fila con tres columnas.**
- **ii) Una matriz columna con tres filas.**
- **iii) Una matriz de dimensiones 3 x 2.**
- **iv) Una matriz simétrica de dimensiones 3 x 3.**

a)

$$A\cdot X+B^T=B \Rightarrow A\cdot X=B-B^T \Rightarrow X=A^{-1}\cdot(B-B^T)$$

$$B=\begin{pmatrix}2 & 5\\ -3 & 1\end{pmatrix} \Rightarrow B^T=\begin{pmatrix}2 & -3\\ 5 & 1\end{pmatrix}$$

Empleo el método de Gauss para hallar la inversa

$$\left(\begin{array}{cc|cc}3 & 2 & 1 & 0\\ 2 & 4 & 0 & 1\end{array}\right)=\left(\begin{array}{cc|cc}3 & 2 & 1 & 0\\ 0 & 8 & -2 & 3\end{array}\right)=\left(\begin{array}{cc|cc}12 & 0 & 6 & -3\\ 0 & 8 & -2 & 3\end{array}\right)=\left(\begin{array}{cc|cc}1 & 0 & 1/2 & -1/4\\ 0 & 1 & -1/4 & 3/8\end{array}\right) \Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{8}\cdot\begin{pmatrix}4 & -2\\ -2 & 3\end{pmatrix}$$

Por lo tanto

$$X=\frac{1}{8}\cdot\begin{pmatrix}4 & -2\\ -2 & 3\end{pmatrix}\cdot\left[\begin{pmatrix}2 & 5\\ -3 & 1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & -3\\ 5 & 1\end{pmatrix}\right]=\frac{1}{8}\cdot\begin{pmatrix}4 & -2\\ -2 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & 8\\ -8 & 0\end{pmatrix}=\frac{1}{8}\begin{pmatrix}16 & 32\\ -24 & -16\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -2\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -2\end{pmatrix}}$$

b)

i) $\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\end{pmatrix}$ ii) $\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 3\end{pmatrix}$ iii) $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 3\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ iv) $\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 2 & 3 & 5\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix}$

2. Para fabricar dos tipos de cable, A y B, que se venderán a 150 € y 100 € el hectómetro, respectivamente, se utilizan 18 kg de plástico y kg de cobre por cada hectómetros del tipo A y 6 kg de plástico y 12 de cobre para cada hectómetro del tipo B. El doble del cable del tipo B fabricado no puede ser mayor que el triple del cable A fabricado. Además, solamente tenemos 348 kg de plástico y 168 kg de cobre. Determina la longitud, en hectómetros, de cada tipo de cable para que la cantidad dinero obtenida en la venta sea máxima. (9 puntos). ¿Cuál es esta cantidad máxima? (1 punto)

Se tiene que plantear el problema como un problema de programación lineal, dibujando la región factible de soluciones y determinando y dibujando sus vértices.

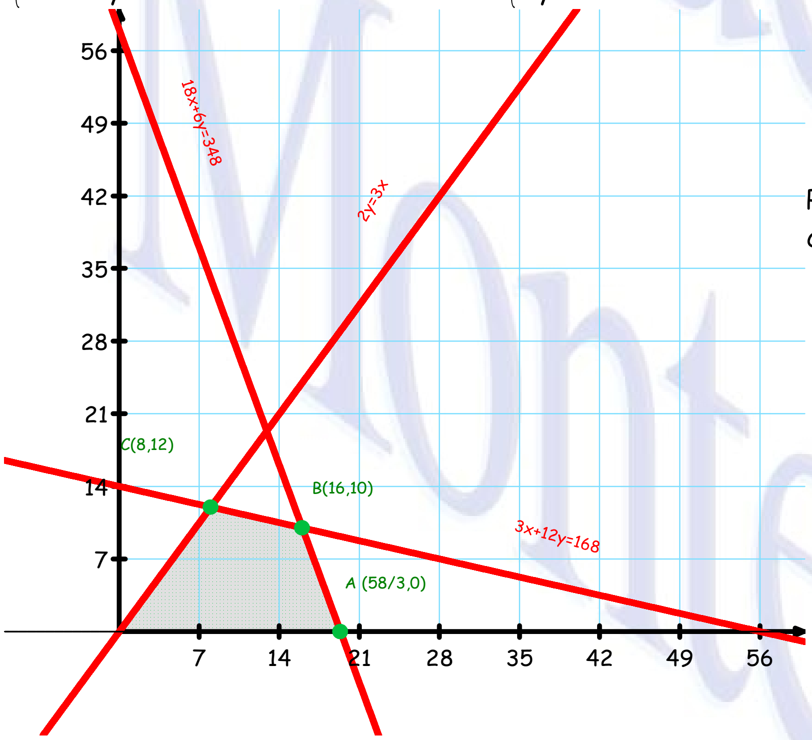
Cable tipo	hm	cobre	plástico	€/hm
A	x	3 kg/hm	18 kg/hm	150
B	y	12 kg/hm	6 kg/hm	100
		168 kg	348 kg	

$$\begin{cases} 3x+12y\le 168 & \Rightarrow \quad (56,0)\ (0,14) \\ 18x+6y\le 348 & \Rightarrow \quad A\,(58/3,0)\ (0,58) \\ 2y\le 3x & \Rightarrow \quad (0,0)\ (8,12) \\ x\ge 0\ ,\ y\ge 0 \end{cases}$$

$$I(x,y)=150x+100y$$

La representación gráfica del sistema de inecuaciones y el recinto solución es el que se muestra en la figura siguiente.

$$\begin{cases} 3x+12y\le 168 \\ 18x+6y\le 348 \end{cases} \Rightarrow \quad B\,(16,10) \qquad \begin{cases} 3x+12y\le 168 \\ 2y=3x \end{cases} \Rightarrow \quad C\,(8,12)$$



$$I_A(58/3,0)=150\cdot 58/3+100\cdot 0=2900\ €$$
$$I_B(16,10)=150\cdot 16+100\cdot 10=3400\ €$$
$$I_C(8,12)=150\cdot 8+100\cdot 12=2400\ €$$

Por tanto el **máximo de ingresos** de **3400 €** se consigue para **16 hm** de cable **A** y **10 hm** de cable **B**.

3. la cotización de las acciones de una determinada sociedad anónima, suponiendo que la bolsa funciona todos los días de un mes de 30 días, responde a la siguiente función: $C(x)=x^3-45x^2+243x+30000$, siendo x el número de días. Se pide:
a) ¿Cuál es la cotización de partida de las acciones de la sociedad? (1 punto)
b) Determina los períodos de crecimiento y decrecimiento de las cotizaciones durante este mes. (5 puntos)
c) Determina los días que se consigue la cotización máxima y mínima. (3 puntos)
d) ¿Cuáles son las cotizaciones máxima y mínima? (1 punto)

a) Suponiendo que la función expresa la cotización al finalizar la jornada bursátil, tenemos que al comenzar la jornada la cotización sería **C(0) = 30000 u.m.** y al acabar la primera jornada sería C(1) = 30199 u.m.

b) Para determinar la monotonía de la función debemos hallar su derivada e igualarla a cero para hallar los posibles extremos relativos..

$C'(x)=3x^2-90x+243 \quad \Rightarrow \quad 3x^2-90x+243=0 \quad \Rightarrow \quad x=27;\ 3$

	0		3		27		30
f'		+	0	-	0	+	
f	30000	↗	30351	↘	23439	↗	23790

c) Dado que la derivada cambia de signo antes y después de 3 y de 27 ambos son extremos relativos. **(3,30351)** es un **máximo relativo** y **(27,23439) es un mínimo relativo**.

d) La cotización máxima es 30351 u.m. y la mínima es 23439 u.m.

4. Un estudiante hace dos pruebas en un mismo día. La probabilidad de que aprueba la primera es de 0,6; la probabilidad de que apruebe la segunda es 0,8 y la probabilidad de que apruebe ambas es de 0,5.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al menos una prueba? (2 puntos)
b) ¿Cuál es la probabilidad de que no apruebe ninguna de las pruebas? (3 puntos)
c) ¿Son independientes los sucesos "aprobar la primera prueba" y "aprobar la segunda prueba? (1 punto)
d) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe la segunda prueba en caso de no haber superado la primera? (4 puntos)

Empiezo completando la tabla de contingencia.

	Ap. 1ª	No Ap. 1ª	Total
Ap. 2ª	0,5	0,3	0,8
No Ap. 2ª	0,1	0,1	0,2
Total	0,6	0,4	1

a) **P(Aprueba al menos una)** = 1- P(No Ap. 1ª $\cap$ No Ap. 2ª) = 1 -0,1 = **0,9**

b) **P(No Ap. 1ª $\cap$ No Ap. 2ª) = 0,1**

c) Ap. 1ª y Ap. 2ª son sucesos independientes si P(Ap. 1ª $\cap$ Ap. 2ª) = P(Ap. 1ª)·P(Ap. 2ª). P(Ap. 1ª $\cap$ Ap. 2ª) = 0,5 y P(Ap. 1ª)·P(Ap. 2ª) = 0,8 · 0,6 = 0,48 entonces P(Ap. 1ª $\cap$ Ap. 2ª) ≠ P(Ap. 1ª)·P(Ap. 2ª) y lo **sucesos** son **dependientes**.

d) **P(Ap. 2ª/No Ap. 1ª)** = $\frac{P(Ap.2^a \cap No\ Ap.1^a)}{P(No\ Ap.1^a)}=\frac{0,3}{0,4}=\mathbf{0,75}$