1. a) ¿A qué altitud sobre la superficie terrestre la intensidad del campo gravitatorio es el 20 % del valor en la superficie?
b) ¿Qué periodo tiene un satélite que orbita la Tierra a la altitud determinada en el apartado anterior?
(Radio de la Tierra R T = 6 370 km)

a.

El módulo de la intensidad del campo gravitatorio viene dado por $|\vec{g}|=G\frac{M}{r^2}$. Para el caso concreto de la Tierra, sobre su superficie, tenemos $|\vec{g}|=G\frac{M_T}{R_T^2}=g_0$. Buscamos una distancia R, medida desde el centro, para la que $|\vec{g}|=0.20\cdot g_0$

$$\left.\begin{aligned} g_0&=G\frac{M_T}{R_T^2}\\ 0.20\cdot g_0&=G\frac{M_T}{R^2}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{g_0}{0.20\cdot g_0}=\frac{G\frac{M_T}{R_T^2}}{G\frac{M_T}{R^2}} \Rightarrow \frac{1}{0.20}=\frac{R^2}{R_T^2} \Rightarrow R=\sqrt{\frac{R_T^2}{0.20}}\approx 14240\text{ km}$$

. Por lo tanto la altura sobre la superficie será $\boxed{h=R-R_T=7870\text{ km}}$

b.

Considerando una órbita circular y aplicando la segunda ley de Newton tenemos $G\frac{m\cdot M_T}{R^2}=\frac{m\cdot v^2}{R} \Rightarrow v^2=G\cdot\frac{M_T}{R}$. Como lo que tenemos es un movimiento circular uniforme $v=\frac{2\pi R}{T}$, siendo el período de la órbita, es decir el tiempo que tarda en completar una órbita alrededor de la Tierra. $\frac{4\pi^2\cdot R^2}{T^2}=G\cdot\frac{M_T}{R} \Rightarrow T^2=\frac{4\pi^2\cdot R^3}{G\cdot M_T}=\frac{4\pi^2\cdot R^3}{g_0\cdot R_T^2} \Rightarrow$

$$\boxed{T=\sqrt{\frac{4\pi^2\cdot R^3}{g_0\cdot R_T^2}}=16931\text{ s}}$$

2. En un modelo simple de cloruro sódico podemos considerar a los iones Cl^- y Na^+ como cargas puntuales de valores $-1,6\times10^{-19}$ C y $1,6\times10^{-19}$ C, respectivamente. Estas cargas están separadas una distancia $d = 1,2\times10^{-10}$ m. Calcule:

a) La diferencia de potencial entre los puntos a y b situados tal como se indica en la figura 1.
b) La energía necesaria para disociar el cloruro sódico según este modelo.

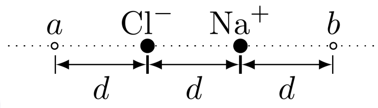


Figura 1: Esquema simple de NaCl y situación de los puntos a y b.

a.

Aplicamos el principio de superposición para calcular los potenciales en A y B

$$V_B - V_A = V_{+,B} + V_{-,B} - V_{+,A} - V_{-,A} = K\left(\frac{q}{d} - \frac{q}{2d} - \frac{q}{2d} + \frac{q}{d}\right) = K\frac{q}{d}$$

$$\boxed{V_B - V_A = 9\cdot10^9\cdot\frac{1.6\cdot10^{-19}}{1.2\cdot10^{-10}} = 12\,V}$$

b.

La energía necesaria para disociar el NaCl será igual al trabajo necesario para trasladar una de las dos cargas hasta el infinito, donde el potencial es nulo. Supongamos que trasladamos el ion Na^+ $\Rightarrow$ $E = W = \Delta Ep = q(V_\infty - V_+) = -q\cdot V_+$, siendo q la carga del ion Na^+, V_∞ el potencial en el infinito que es nulo y V_+ el potencial en la posición del Na^+ debido al Cl^-

$$\boxed{E = -1.6\cdot10^{-19}\cdot9\cdot10^9\cdot\frac{-1.6\cdot10^{-19}}{1.2\cdot10^{-10}} = 1.92\cdot10^{-18}\,J}$$

Esta sería la energía para separar dos iones, considerando un mol de pares de iones

$$\boxed{E\text{ por mol} = \frac{1.92\cdot10^{-18}\,J}{\text{par de iones}}\cdot\frac{6.022\cdot10^{23}\text{ pares de iones}}{1\text{ mol}} = 1156\,J/mol}$$

3. En una región del espacio hay un campo magnético uniforme B. Con la ayuda de un esquema en el cual aparezca representado B, indique la fuerza (módulo, dirección y sentido) que actúa sobre una carga Q en los siguientes casos:

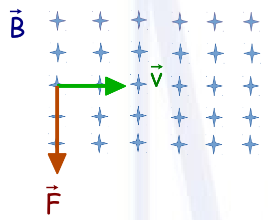
a) La carga es positiva y se mueve en la dirección del campo pero en sentido opuesto.
b) La carga es negativa y se mueve en dirección perpendicular a B.

a.

Una partícula cargada q que se mueve con velocidad $\vec{v}$ y penetra en una región donde hay un campo $\vec{B}$, experimenta una fuerza que viene dada por la ley de Lorentz $\vec{F}=q\cdot\vec{v}\times\vec{B}$.

Si la partícula cargada se mueve en la misma dirección que el campo, el producto vectorial resultante será nulo y por lo tanto la partícula continuará su trayectoria rectilínea.

b.



Si ahora se mueve perpendicularmente al campo, el producto vectorial será máximo y por tanto aparecerá una fuerza perpendicular al plano que determinan ambos vectores. Si $\vec{B}$ entra en el papel y $\vec{v}$ está dirigido hacia la derecha, el producto vectorial de $\vec{v}\times\vec{B}$ dará como resultado un vector perpendicular a ambos vectores y dirigido a hacia arriba. Como la carga es negativa, el vector fuerza estará dirigido hacia abajo y la partícula describirá una trayectoria circular.

4. Una partícula de masa 2,0 kg efectúa un movimiento armónico simple de amplitud 1,0 cm. La elongación y la velocidad de la partícula en el instante inicial valen 0,5 cm y 1,0 cm/s, respectivamente.

a) Determine la fase inicial y la frecuencia de este movimiento.
b) Calcule la energía total del movimiento, así como la energía cinética y la energía potencial en el instante t = 1,4 s.

a.

La partícula describe un m.a.s. y por tanto la ecuación de su movimiento es $x(t)=A\cdot \sin(\omega t+\varphi)$ y la ecuación de su velocidad $v(t)=A\omega\cdot \cos(\omega t+\varphi)$ .Puede probarse que $x^2+\frac{v^2}{\omega^2}=A^2$ para x y v determinados en un mismo instante. Por tanto, trabajando con cm y cm/s resulta, $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1^2}{\omega^2}=1^2 \Rightarrow \frac{1}{\omega^2}=1-\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{\omega^2}=\frac{3}{4} \Rightarrow \omega^2=\frac{4}{3} \Rightarrow$ $\boxed{\omega=\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}\ rad/s}$

Para determinar la fase inicial sabemos que $x(0)=1\cdot \sin(\omega\cdot 0+\varphi)=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}=\sin(\varphi)$ y que $v(0)=1\cdot\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot \cos(\omega\cdot 0+\varphi)=1 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}=\cos(\varphi)$. De la ecuación de la posición obtenemos dos soluciones posibles $\varphi=\begin{cases}\frac{\pi}{6}\\ \frac{5\pi}{6}\end{cases}$ y de la ecuación de la velocidad también obtenemos dos soluciones posibles $\varphi=\begin{cases}\frac{\pi}{6}\\ \frac{11\pi}{6}\end{cases}$. Por tanto la solución común en ambos casos es $\boxed{\varphi=\frac{\pi}{6}}$ y las ecuaciones del m.a.s. quedan en unidades del SI $x(t)=10^{-2}\cdot \sin\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}t+\frac{\pi}{6}\right)$ y $v(t)=10^{-2}\cdot\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot \cos\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}t+\frac{\pi}{6}\right)$

b.

Ahora trabajaremos con x y v en unidades del SI. La energía total en un m.a.s. viene dada por $E_{mec}=E_k+E_p \Rightarrow E_{mec}=\frac{1}{2}\omega^2\cdot m\cdot A^2 \Rightarrow$ $\boxed{E_{mec}=\frac{1}{2}\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2\cdot 2\cdot\left(10^{-2}\right)^2=1.33\cdot 10^{-4}\ J}$. Para calcular la E_k calculamos la velocidad en dicho instante $v(1.4)=10^{-2}\cdot\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot \cos\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}1.4+\frac{\pi}{6}\right)=-6.23\cdot 10^{-3}\ m/s \Rightarrow$ $\boxed{E_k=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot(-6,23\cdot 10^{-3})^2=3.9\cdot 10^{-5} J}$ $\Rightarrow E_p=E_{mec}-E_k$ $\boxed{\Rightarrow E_p=1.33\cdot 10^{-4}-3.9\cdot 10^{-5}=9.4\cdot 10^{-5} J}$

5. Cuando incide luz de longitud de onda λ = 621,5 nm sobre una célula fotoeléctrica, esta emite electrones con una energía cinética de 0,14 eV. Calcule:

a) El trabajo de extracción de la célula fotoeléctrica.
b) La frecuencia umbral.
(Constante de Planck h = 6,626×10^{-34} J s = 4,135×10^{-15} eV s)

a.

Cuando en el efecto fotoeléctrico, fotones con energía superior al trabajo de extracción inciden sobre un metal, los fotoelectrones emitidos tienen una energía cinética igual a la diferencia entre la energía de los fotones incidentes y el trabajo de extracción.

$$E_{fot.\ inc.} - W = E_k \quad W = E_{fot.\ inc.} - E_k = \frac{h \cdot c}{\lambda} - E_k \quad \Rightarrow \quad \boxed{W = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{621.5 \cdot 10^{-9}} - 0.14 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} = 2.98 \cdot 10^{-19}\, J = 1.86\, eV}$$

b.

$$\boxed{W = h \cdot \nu_{umb} \quad \Rightarrow \quad \nu_{umb} = \frac{W}{h} = \frac{2.98 \cdot 10^{-19}}{6.63 \cdot 10^{-34}} = 4.49 \cdot 10^{14}\, Hz}$$