Puede probarse que $a^{\log_a P}=P$,

i. Tomando logaritmos en basa a, en ambos miembros de la igualdad

$$\log_a a^{\log_a P}=\log_a P \quad .$$

ii. Haciendo uso de la propiedad $\log_b f^n=n\log_b f$, tenemos

$$\log_a P\cdot\log_a a=\log_a P$$

iii. Teniendo en cuenta que $\log_a a=1$, resulta $\log_a P=\log_a P$ lo cual siempre es cierto.

Una aplicación de esta propiedad es la ecuación siguiente:

$$\frac{100^{\log x}+1}{10^{\log x}}=\frac{4}{\sqrt{3}} \quad\Rightarrow\quad \frac{10^{2\log x}+1}{10^{\log x}}=\frac{4}{\sqrt{3}} \quad\Rightarrow\quad \frac{10^{\log x^2}+1}{10^{\log x}}=\frac{4}{\sqrt{3}} \quad\Rightarrow$$

$$\frac{x^2+1}{x}=\frac{4}{\sqrt{3}} \quad\Rightarrow\quad x^2+1=\frac{4}{\sqrt{3}}x \quad\Rightarrow\quad x^2-\frac{4}{\sqrt{3}}x+1=0 \quad\Rightarrow$$

$$x=\frac{4/\sqrt{3}\pm\sqrt{16/3-4}}{2}=\frac{4/\sqrt{3}\pm 2/\sqrt{3}}{2}=\begin{cases} + \rightarrow \dfrac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3} \\ - \rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\end{cases}$$