Calcula, sin hacer uso de la calculadora, el valor aproximada para ln 2.

Hagamos uso de la función $f(x)=\ln(x)$.

Esta función es continua en el intervalo $[2,e]$ y derivable en el intervalo $(2,e)$.

Podemos hacer uso del teorema de Lagrange, según el cual $\exists c \in (2,e)$ tal que $f'(c)=\frac{f(2)-f(e)}{2-e}$.

Por lo tanto $\frac{1}{c}=\frac{\ln(2)-1}{2-e} \Rightarrow \ln(2)=\frac{2-e}{c}+1$.

Aproximaremos el valor de $e\approx 2.7$ y como valor de c tomaremos 2.5.

$$\ln(2)\approx\frac{2-2.7}{2.5}+1=-\frac{0.7}{2.5}+1=-\frac{2.8}{10}+1=-0.28+1=0.72$$

Podemos ajustar un poco más el cálculo haciendo un pequeño uso de la calculadora. Dado que $2<c<e\ 1/2 \Rightarrow 1/2>1/c>1/e$ se deduce que:

$$1/2>\frac{\ln(2)-1}{2-e}>1/e \Rightarrow \frac{2-e}{2}+1<\ln(2)<\frac{2-e}{e}+1 \Rightarrow 0.641<\ln(2)<0.735$$

El sentido de la desigualdad ha cambiado debido a que hemos multiplicado por (2-e) que es un número negativo.

El valor de ln 2 aproximado a tres cifras decimales es 0.693 que queda entre las cotas que habíamos marcado.