1. Un comerciante vende tres tipos de relojes A, B y C. Los relojes del tipo A los vende a 300 €; los de tipo B a 600 € y los de tipo C a 200 €. Un mes determinado vendió 200 relojes en total. Si la cantidad que vendió este mes de tipo B va a ser igual que los que vendió de tipo A y C conjuntamente, ¿calcula cuántos relojes de cada tipo vendió si la recaudación de éste mes fue de 89.000 €? (10 puntos)

x = nº relojes tipo A
y = nº relojes tipo B
z = nº de relojes tipo C
va a vender 200 relojes en total $\Rightarrow$ $x+y+z=200$
vende de tipo B lo mismo que de tipo A y C conjuntamente $\Rightarrow$ $y=x+z$
recaudación total 89000 € $\Rightarrow$ $300\cdot x+200\cdot y+600\cdot z=89000$ o simplificando $\Rightarrow$ $3\cdot x+2\cdot y+6\cdot z=890$

$$\begin{cases} x+y+z=200 \\ -x+y-z=0 \\ 3\cdot x+6\cdot y+2\cdot z=890 \end{cases} \begin{matrix} \\ F_2+F_1\rightarrow \\ F_3-3\cdot F_1\rightarrow \end{matrix} \begin{cases} x+y+z=200 \\ 2\cdot y=200 \\ 3\cdot y-z=290 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+100+10=200 \Rightarrow x=90 \\ y=100 \\ 300-z=290 \Rightarrow z=10 \end{cases}$$

$x=90$, $y=100$, $z=10$

2. Una empresa de compra venta de automóviles ha comprobado que en los últimos 10 años los beneficios/pérdidas se ajustan a la función

$$F(t)=t^3-18\cdot t^2+81\cdot t-3 \ , \ 0\le t\le 10$$

en miles de euros. Se pide:

a) ¿En qué años se producen los valores máximos y mínimos de esta función? (5 puntos)
b) Determina los períodos de crecimiento y decrecimiento. (3 puntos)
c) ¿Cuáles serán los beneficios máximos? ¿Qué resultado obtuvo la empresa el último año del estudio? (2 puntos)

a. c.

Buscaremos los máximo y mínimos relativos a partir de la derivada de la función $F'(t)=3\cdot t^2-36\cdot t+81$ e igualamos a cero para buscar los posibles extremos relativos. $3\cdot t^2-36\cdot t+81=0 \quad t=\frac{36\pm\sqrt{36^2-4\cdot 3\cdot 81}}{6}=\frac{36\pm 18}{6}=\begin{cases}9\\3\end{cases}$.Al ser una función definida en un intervalo deberemos incluir los extremos, ya que podrían ser máximo o mínimos absolutos.

	0		3		9		10
f'		+	0	-	0	+	
f	-3	$\nearrow$	105	$\searrow$	-3	$\nearrow$	7

El máximo se alcanza a los 3 años con un beneficio de 105.000 € y el mínimo a los 9 y 0 años, con una s pérdidas de 3.000 €. En el último año el beneficio fue de 7.000 €.

b.

Los períodos de crecimiento son (0,3) y (9,10) y el de decrecimiento de (3,9)

3. Sean A y B dos sucesos tales que $P(A \cup B) = 0.9$, $P(A^c) = 0.4$, donde A^c denota el suceso complementario de suceso A, y $P(A \cap B) = 0.2$. Calcula las probabilidades siguientes P (B) (3 puntos), P(A/B) (2 puntos), $P(A \cap B^c)$ (3 puntos) y $P(A^c \cup B^c)$ (2 puntos).

$P(A^c)=0.4 \Rightarrow P(A)=1-P(A^c)=1-0.4=0.6$. Se trata de sucesos compatibles y por tanto $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B) \Rightarrow 0.9=0.6+P(B)-0.2 \Rightarrow \boxed{P(B)=0.5}$

$$P(A/B)=P\frac{(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0.2}{0.5} \Rightarrow \boxed{P(A/B)=0.4}$$

Para calcular $P(A^c\cup B^c)$ podemos echar mano de las leyes de Morgan $P(A^c\cup B^c)=P((A\cap B)^c)=1-P(A\cap B)=1-0.2 \Rightarrow \boxed{P(A^c\cup B^c)=0.8}$

$$P(A\cap B^c)=P(A)-P(A\cap B)=0.6-0.2 \Rightarrow \boxed{P(A\cap B^c)=0.4}$$

4. A partir de una muestra de 100 individuos, se ha realizado una estimación de la proporción mediante el intervalo de confianza (0.17,0.25). ¿Cuál es el nivel de confianza con el que se ha realizado la estimación? (10 puntos)

El intervalo de confianza viene dado por $\left(\hat{p}-Z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\ ,\ \hat{p}+Z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$ con un nivel de confianza de 1 – α.

Tenemos que $\left.\begin{array}{l}\hat{p}-Z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}=0.17 \Rightarrow \hat{p}-E=0.17\\ \hat{p}+Z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}=0.25 \Rightarrow \hat{p}+E=0.25\end{array}\right\}$ Sumando ambas ecuaciones obtendremos el doble de la proporción $2\cdot\hat{p}$ y restándolas el doble del error $2\cdot E$. $2\cdot\hat{p}=0.17+0.25 \Rightarrow \hat{p}=\frac{0.42}{2}=0.21$

$2\cdot E=0.25-0.17 \Rightarrow E=\frac{0.08}{2}=0.04 \Rightarrow Z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}=0.04 \Rightarrow Z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{0.21\cdot(1-0.21)}{100}}=0.04 \Rightarrow Z_{\alpha/2}=0.98$ de la tabla $P(Z\leq 0.98)=0.8365=1-\alpha+\frac{\alpha}{2}=1-\frac{\alpha}{2} \Rightarrow \boxed{1-\alpha=1-2\cdot(1-0.8365)=0.6730}$